этому определитель вектора состояния является на самом деле безразмерной величиной, хотя и не скаляром.

Вследствие этого возникает ситуация, когда в большинстве случаев, при подходящей нормировке векторов состояния их можно трактовать как безразмерные объекты. Особенно это полезно при использовании для представления состояний абстрактных векторных пространств. Конечно это не устраняет обязанность следить за правильными размерностями во всех соотношениях. Но для этого достаточно, чтобы все соотношения были ковариантными. Ковариантными как при преобразованиях в пространстве-времени, так и при преобразованиях в пространстве состояний.

9.10 Обсуждение

В нашем описании мира появились два важнейших понятия квантовой теории — вектор состояния выделенного объекта (частицы) и оператор эволюции этого состояния. Оба эти математических объекта *не являются* локальными геометрическими объектами в пространстве-времени, хотя и могут быть определены в каждой точке траектории частицы, т.е. *локализованы*, приписаны данной точке. Причина этого в том, что они не получены с помощью каких-либо измерений посредством выбранных эталонов. Это математические объекты, результаты действия *возможной структуры пространства-времени на данный физический объект*, приписанные данной точке пространства-времени. В них интегрирована вся *возможная* предыстория данного физического объекта, или, наоборот, всё его *возможное* будущее. Они введены естественным образом как квадратные комплекснозначные матрицы, аналогичные преобразованиям координат в точке, но здесь действующие *активно*. Как операторы, которые связывают значения *одной и той же измеримой величины* в *разных точках пространства-времени*. По самому своему построению их значения являются не конкретными наборами чисел, а принадлежат к определённым подпространствам в пространстве всех таких матриц (пространстве состояний). Пространство состояний может быть локализовано, т.е. ассоциировано с точкой в пространстве-времени, изначально не с любой его точкой, а только с точками траектории рассматриваемого физического объекта. Для простоты изложения мы вели речь (и далее обычно будем это делать) о траектории объекта, состоящей из элементарных событий, элементарной частицы. Однако совершенно ясно, что такое описание можно применять и к более сложным объектам, "квантовым системам", на "траекториях" которых событиями являются сложные события, лишь бы эти события не заполняли историю объекта непрерывно всюду. И с такими объектами тоже можно ассоциировать пространства состояний и операторы эволюции.

Поскольку речь идёт об истории выделенного объекта, в таком описании время играет выделенную роль, хотя описание это по самой своей природе является полностью ковариантным. Акцент при этом может быть сделан на изучении изменения во времени пространства состояний ("представление Шредингера") или на переходах друг в друга разделённых во времени пространств состояний. Переходах, обеспечиваемых оператором эволюции ("представление Гейзенберга"). Здесь мы будем, в основном, придерживаться первого способа описания, поскольку на этом пути легче видеть как возникают те или иные квантовые модели (теории). А нашей целью здесь является не только построение правильного описания реального мира. Мы также хотим показать, что развиваемая здесь теория включает в себя и работоспособные модели, известные ранее.

Все детали поведения объектов в пространстве-времени при таком способе описания оказались интегрированы в пространство состояний, которое в свою очередь распадается на подпространства, представления, индуцированные базовой группой преобразований в пространстве-времени. Следовательно, предметом теории становятся классификация возможных значений векторов состояний, их возможных представлений, а также преобразований как внутри одного и того же представления, так и, в конечном итоге, описание возможных переходов состояния объекта из одного представления в другое. Этот распад пространства состояний, выделенность в нём представлений групп преобразований в пространстве-времени, в особенности представлений, индуцированных группой Пуанкаре, происходит совершенно естественным образом. Навязан он тем, что любые эксперименты проводятся всегда в системе покоя некоторой классической частицы.

В § 9.4 мы отметили, что одним из параметров, характеризующих *всякое* представление вектора состояния частицы, является комплексная амплитуда (9.23). Эта амплитуда, рассматриваемая как комплекснозначная функция скалярного параметра на траектории, представляется в экспоненциальном виде, т.е. в виде произведения действительного модуля на экспоненту с чисто мнимым показателем. Именно мнимый показатель, фаза, является не чем иным, как каноническим скалярным параметром траектории. И поэтому связана линейным соотношением с действием на траектории частицы, выраженным как количество периодов между элементарными событиями. Таким образом, мы увидели, что со всякой возможной траекторией частицы *естественным* образом ассоциирована экспонента от (мнимого) действия, взятого вдоль этой траектории. Здесь это не гипотеза (или аксиома), которая была положена в основу формулировки квантовой теории, разработанной Р.Фейнманом, а простая констатация положения дел. Амплитуда является естественной нормой всякого вектора состояния, будучи его определителем. Если нас интересует вероятность перехода объекта в некоторое заданное состояние, с определённой структурой итогового вектора состояния, то очевидным образом, для ассоциации с соответствующей областью в пространстве состояний некоторой меры следует взять интеграл по всем возможным значениям фазы определителя, т.е. по всем возможным значениям действия. Это и есть вторая компонента в основе формулировки Фейнмана.

Конечно, это только основания формализма, развитого Фейнманом. Но соответствие с базовыми постулатами формализма является исчерпывающим. Точно также мы увидели, что введённые нами естественным образом векторы состояния, при рассмотрении их в качестве представлений преобразований в пространстве-времени, являются реализацией *кет* и *бра* векторов Дирака. В нашем описании мира также совершенно естественно появились операторы, действующие на векторы состояния, их собственные значения и собственные векторы. Пришлось обратить внимание на их коммутационные соотношения и иные необходимые свойства, такие как эрмитовость — всё то, что в квантовой теории появляется как постулаты. Понятия плотности вероятности и среднего значения оператора вводятся аналогично формализму Дирака, но совершенно естественным путём, вытекающим из самого смысла и способа построения этих векторов в нашем описании. Вся дальнейшая стандартная теория строится с помощью выбора конкретного вида лагранжевой плотности для вычисления действия рассматриваемой квантовой системы и конкретных математических процедур для определения вероятностей тех или иных переходов. Мы не будем здесь развивать или подробно обсуждать получающиеся таким образом модели квантового описания. Как можно догадываться, и далее мы это увидим, в нашем изложении на самом деле нет никакой свободы в выборе лагранжевых плотностей для вычисления действия. Его можно вычислить, зная все возможные связности с помощью соотношения (9.24), как и в классическом приближении. Только сами связности принадлежат к более широкому классу, чем классические, описывающие классические системы координат. Следует также помнить, что скалярных лагранжевых плотностей, как и в классическом случае, существует больше, чем одна. Конечно, все они должны давать в результате интегрирования одно и то же действие, одно и то же число событий в области. Кроме того, эти лагранжевы плотности могут быть записаны не только через связность пространства-времени (или её производные структуры), но и с помощью векторов состояния, как это и делается обычно в стандартной квантовой теории. В следующей главе будет развит соответствующий аппарат и будут получены все нужные плотности действия. А также мы обсудим детали применения в квантовом описании принципа стационарности действия и получим вытекающие из его применения уравнения,

Чтобы следовать далее по этому пути, нам необходимо добавить кое-что ещё в нашу конструкцию квантового описания мира. Наш образ мира, пространство-время, требует вполне определённых дополнений, позволяющих эффективно работать не только с результатами измерений (геометрическими объектами) в пространстве-времени при переходе из точки в точку, но и с интегральными информационными объектами — векторами состояния. Описание несколько расширяется и образом мира становится более сложная математическая конструкция — *расслоенное пространство*.