Другие определённые ранее плотности тоже *могут быть переопределены* как определители, только в их случае квадратный корень может быть извлечён явно (для четырёх измерений) вследствие антисимметрии порождающих тензоров.

Известно, что для *любого* двух-индексного ковариантного тензора b_{ik} определитель $\mathfrak{B}^2 = \det \|b_{ik}\|$ является скалярной Δ-плотностью веса 2. Этот результат очевиден, если рассматривать такие тензоры как *матрицы*. Там, где матрица такого тензора регулярна[1] (может быть обращена), т.е. $\mathfrak{B} \neq 0$, там существует регулярная Δ-плотность двух-индексного *контравариантного* тензора $\mathfrak{B}^{ik}$, который строится из миноров соответствующего определителя, $\mathfrak{B}^{ik} = \partial\mathfrak{B}/\partial b_{ik}$. Следовательно можно написать

$$\mathfrak{B}^{ik} b_{jk} = \delta^i_j \mathfrak{B} \quad \text{и} \quad b^{ik} b_{jk} = \delta^i_j, \quad \text{где} \qquad (2.22)$$
$$b^{ik} = \frac{1}{\mathfrak{B}} \mathfrak{B}^{ik} = \partial \ln \mathfrak{B} / \partial b_{ik}.$$

Это означает, что вместе с R_{kl} и r_{kl}, везде, где их матрицы регулярны, существуют также $\mathfrak{R}^{kl}$, R^{kl} и $\mathfrak{r}^{kl}$, r^{kl} со свойствами, описываемыми (2.22). То же касается и тензоров $\overline{R}_{kl}$ и $\overline{r}_{kl}$.

2.3 Обсуждение

В этой главе мы сделали третий шаг на пути описания свойств идеального образа физического мира. В определённом смысле эта идеальная конструкция уже завершена, хотя мы и не обсуждали до сих пор *как конкретно* она может быть построена на практике. Полученная структура удивительно богата, принимая во внимание как мало мы положили в её основание, сколь малое число соглашений сформулировано явным образом к настоящему моменту. Аффинная связность порождает множество есте-

[1] Регулярность матрицы двух-индексного тензора отражает тот факт, что все его компоненты существенны, что нигде этот двух-индексный геометрический объект не вырождается в объект с меньшим числом индексов.

ственных полей на пространстве: скаляры, плотности, тензоры. Всё это пока что математическое знание и необходимо установить физический смысл этих полей, если они его имеют.

Мы уже отмечали прямой физический смысл основного поля, поля связности. Но мы знаем также, что структура с таким смыслом не используется в физике явным образом. Причина очень проста. Связность была введена как *измеряемая* сущность, но она *не может быть измерена явным образом*. Следовательно, она *не могла* появиться в физике как *первичная величина*, потому что *любая первичная величина* в физике является *непосредственным результатом измерений*. Очевидно, что физика не имела возможности избежать этой структуры полностью, но она была введена уже на развитой стадии физики как сущность, стоящая позади непосредственного опыта. Причём в физике это произошло задолго до того, как в математике было определено понятие связности. Когда что-то вводится в теории, то оно получает имя. Эта структура была названа *потенциал*, потенциал поля.

Чтобы увидеть, что связность действительно потенциал, мы должны начать с выяснения того, *какая структура в нашей картине является напряжённостью поля*, потому что потенциал был введён этим путём. Для этого нужно проанализировать основные физические понятия *существование* и *движение*.