Имея ввиду скалярный параметр t как обобщённую функцию, можно рассматривать и его градиент, $\partial_i t$, очевидно также как обобщённую вектор-функцию. Среди этих вектор-функций выделены градиенты нормальных скалярных параметров, $\partial_i \bar{\mathfrak{s}}$ и собственного действия данного объекта $\partial_i s_0$.

Свойство реальных частиц описываться касательным вектором, который между событиями может иметь как времени подобную, так и пространственно подобную составляющие, может быть описано также и расширением значений параметра, используемого для описания траекторий таких частиц, на всю область комплексных значений. При этом в событиях параметр должен иметь либо чисто действительные, либо чисто мнимые значения. Последнее замечание может быть перефразировано следующим образом: события имеют место только при некоторых значениях либо на действительной, либо на мнимой оси плоскости значений комплексного параметра. При расширении значений описывающего траекторию скалярного параметра на комплексную плоскость соответственно расширяется и область допустимых значений его градиентов, обобщённых вектор-функций.

8.4 Обсуждение

В этой главе мы вначале обсудили необходимость дальнейшего усложнения математической конструкции, которая могла бы служить адекватным описанием мира. Адекватным с точки зрения максимальной близости изображения мира к идеальному, где учитывается вся доступная нам информация о свойствах мира и *только она.* Пространство аффинной связности могло бы быть таким изображением, *если бы доступные процедуры измерений позволяли бы установить значения связности для каждой точки мира однозначно.* Это не так. Максимум, что нам доступно, это утверждения вида: “связность в данной области принадлежит к некоторой совокупности функций точки, на которые наложены такие-то и такие-то условия”. В такой ситуации придётся иметь дело не с единственным математическим пространством, а всегда с их бесконечным количеством. Это явно не то, что нам хотелось бы получить — единственный математический образ. Желание такое вовсе не беспочвенное, ведь в классическом приближении изображение, очень близкое к желаемому, получить всё-таки удаётся.

Поэтому мы решили расширить нашу конструкцию так, чтобы в ней присутствовало и классическое приближение, и, в то же время, учитывалось, что связность не однозначна, что классическое описание не более, чем приближение. Мы авансом назвали эту конструкцию расслоенным пространством, не уточняя, что это такое. Следующие главы и будут посвящены описанию происхождения и свойств новых элементов нашего изображения мира, которые появляются в этой конструкции. А здесь мы в очередной раз вернулись к уточнению формулировок и перечислению используемой терминологии при описании систем координат и траекторий изучаемых объектов.

Классическая система координат является необходимым элементом и новой конструкции. Тем каркасом, в котором сливаются все наши знания о данной области мира *как о едином, непрерывном многообразии более его мелких частей*. Каркас этот образован теми объектами мира, которые мы выбираем в качестве единиц измерений.

Изучаемый объект нами поставлен в двойственное положение. С одной стороны, он является неотъемлемой частью мира. С другой стороны, его влияние на мир мы не рассматриваем. Рассматриваем только влияние всего остального мира на выбранный объект. Элементы подобной двойственности уже присутствуют и в классическом описании. Это представление о пробной частице, показывающей наличие классического поля в области своим движением (своей траекторией), и не изменяющей его своим собственным присутствием. Базируется это представление на возможности при описании движения классической частицы исключить из рассмотрения сингулярность, связанную с самой этой частицей, так как её траектория остаётся геодезической не только в полной связности, но и во внешней связности. Этот подход останется неизменным и в квантовом описании.

Траектория классической пробной частицы является хорошо определённой только для каждой заданной процедуры измерений, в выбранной системе координат. При учёте всей группы координат, допускающих построение классической системы отчёта, с классической частицей следует связывать уже группу траекторий (в смысле функциональной зависимости положения и других характеристик частицы от координат), также как и группу связностей, описывающих физические характеристики рассматриваемой области пространства-времени. Эти группы расширяются ещё больше, когда мы принимаем во внимание и процедуры измерений, не допускающие введение классической метрики.

При попытке учесть всю совокупность возможных связностей, которые могут быть ассоциированы со *свободной реальной* частицей, представление о единственной её траектории в классической связности (в выбранной системе координат) становится совершенно недостаточным. Да, на этой единственной классической траектории лежат *все известные события*. Но не более того. *Между этими событиями* реальная траектория не обязана совпадать с классической. Более того, *все эти возможные траектории, соответствующие возможным локальным связностям* должны учитываться в описании совместно. И локальное изменение всех характеристик этих траекторий (реальной частицы), таких как, например, касательный вектор к траектории, или градиент скалярного параметра в точке, также необходимо отслеживать для всей совокупности возможных траекторий (связностей). В каждом случае речь идёт всё ещё о паре траектория – внешняя связность. Но внешняя связность уже может выходить за рамки группы классических связностей. Не только тех, что допускают введение классической метрики, но и вообще всех классических связностей, группа которых ограничена приписыванием статуса события *каждой* точке траектории частицы. Это означает, что со свободной реальной частицей в данной классической системе координат связана не единственная траектория, а бесконечно большое число траекторий, объединённых лишь некоторым конечным числом общих точек — событий, в которых характеристики этих траекторий (касательный вектор и т.п.) совпадают. Чаще всего в квантовом описании придётся рассматривать случай когда такое событие вообще одно, в данной точке, где и изучаются его свойства.

Для наиболее полного учёта этих дополнительных степеней свободы описания оказывается удобным использовать новое понятие — понятие о векторе состояния. Это понятие вводится и обсуждается в следующей главе. Оно является естественным для произвольного пространства аффинной связности и определяется через связность. Поэтому представление о векторе состояния можно использовать и в классическом приближении, для описания движения пробных частиц во всех допустимых системах координат сразу, но для свободной реальной частицы оно становится практически необходимым инструментом.

Вполне ясно, что такое понятие, как траектория объекта, само по себе не является локальным. Локализация его происходит путём связывания с каждой точкой пространства-времени определённого значения касательного вектора. Изменение касательного вектора вдоль траектории и описывает траекторию, как целое, но локальным образом. Поэтому описание в каждой точке траектории объекта состояния именно касательного вектора является вполне достаточным для описания этой траектории, как целого. Отличие квантового описания от классического состоит в том, что вектор состояния должен уже изображать не единственную траекторию, а всю совокупность возможных траекторий объекта. С каждой точкой существования объекта в пространстве-времени оказывается ассоциированной не отдельное значение вектора состояния, а целое *пространство возможных состояний* касательного вектора. А поскольку траекторий существования объекта уже много разных, то свой экземпляр пространства возможных значений вектора состояния должен быть привязан к *каждой точке пространства-времени*, есть там объект, или нет. Вот по этому пути мы и собираемся идти. Изображением мира в квантовом описании станет математическая конструкция более сложная, чем то геометрическое пространство (пространство-время), которое мы имеем в классическом описании. Помимо касательного пространства, которое содержит все результаты измерений в данной точке, с каждой точкой будет связано ещё и некоторое пространство состояний. Такого рода конструкции уже давно изучаются в математике. Их называют расслоенными пространствами. Описание расслоенных пространств мало отличается от описания пространств аффинной связности, оно является естественным развитием всех тех идей, которые мы обсуждали в первой части этой книги.

Важно заметить, что при таком описании свободных реальных частиц мы всё ещё не интересуемся происхождением событий на их траекториях. Это некоторые особые точки, в которых характеристики частицы, такие как касательный вектор к траектории и градиент скалярного параметра подчиняются заданным условиям. Но причины и скорость их появления на траектории пока находятся вне нашего внимания. Масса покоя такой частицы остаётся внешним, свободным параметром. Ясно конечно, что эти особые точки на траекториях (события) определяются тем классом связностей (или определяют его), который позволяет их существование. Связности эти являются, очевидно, локализованным образом всего внешнего мира. В этом смысле представление Маха о том, что инерция частицы (её масса) определена внешним миром, безусловно справедливо.