

Тогда соотношение (10.35) можно переписать в виде

$$\delta s = \int (-\partial_i \bar{\Psi} \gamma^i + \mathcal{A}_i \gamma^i - m_0 \bar{\Psi}) \delta \Psi d^4 x = 0. \quad (10.37)$$

Это соотношение выполняется, если справедливо уравнение

$$\bar{\nabla}_i \bar{\Psi} \gamma^i + m_0 \bar{\Psi} = 0. \quad (10.38)$$

Здесь мы ввели обозначение $\bar{\nabla}_i = \partial_i - \mathcal{A}_i$ для ковариантной производной в расслоенном пространстве со связностью, сопряжённой *по знаку*.

Наконец, при вариации \mathcal{A}_j устанавливается связь между дивергенцией тензора кривизны и средним значением тока вероятности реальной частицы (мы опускаем выкладки, приведённые в § 10.4):

$$\nabla_k \mathcal{F}^{ki} = \mathcal{J}^i = \bar{\Psi} \gamma^i \Psi. \quad (10.39)$$

По сути дела, последнее соотношение является просто определением среднего значения тока реальной частицы, так же как это имело место в классическом приближении.²

Важно отметить, что, хотя при формировании лагранжианов (10.31,10.32) все внутренние для векторов состояния индексы должны быть свёрнуты, в уравнениях (10.34,10.38,10.39) это уже не так, поскольку эти уравнения должны выполняться при вариации *каждой* компоненты Ψ , $\bar{\Psi}$ или \mathcal{A}_j по-отдельности, независимо друг от друга. При этом, конечно, уравнения остаются справедливыми и при свёрнутых внутренних индексах.

10.6 Обсуждение

В этой главе мы увидели, как в нашем описании естественным образом появляются расслоенные пространства и калибровочные

²Оно является также и определением среднего значения по всем возможным траекториям касательного к траектории вектора, отнесённого к *метрическому* параметру.

поля — та подоснова, на которой выросло здание современной квантовой теории.

Описание мира с помощью расслоенного пространства на-много упрощает учёт того, что информация, имеющаяся у нас о реальном мире, принципиально ограничена. Всё многообразие возможных ситуаций вне выделенного для исследования объекта проинтегрировано и локализовано в окрестности этого объекта. Все возможности сосредоточены в слоях пространства состояний, их можно классифицировать и вычислять вероятности их реализации. Мы не собираемся пока заниматься вычислениями вероятностей тех или иных процессов, и поэтому не уделяли должного внимания этой стороне описания.

К настоящему моменту мы уже имеем в руках практически все необходимые инструменты для описания мира в неклассических (квантовых) терминах. И эти инструменты не отрицают классические, а естественным образом выросли из них как расширение и уточнение их свойств в более общей ситуации. Полная конструкция для описания мира теперь представляет собой новый математический образ — расслоенное пространство. Базой этого пространства, его основой остаётся собственно пространство-время. В базе, в пространстве-времени, существуют разнообразные геометрические объекты, *являющиеся результатами измерений* одних физических объектов другими физическими объектами. База является формой их существования. Самым главным таким объектом является аффинная связность, во всей полноте её возможных вариаций. Вся совокупность этих возможных *нелинейных* вариаций связности в пространстве-времени интегрирована нами, отображена в *линейное* пространство векторов состояния. Пространства векторов состояния, ассоциированные с каждой точкой базы, теперь рассматриваются либо как один, общий слой комплексных матриц, либо как набор слоёв, дополняющих пространство-время. Эти слои в общем описании, расслоенном пространстве, содержат уже объекты, которые *не получены в результате измерений*. Это объекты, в которых сконцентрирована (интегрирована, вычислена) *информация*

о возможных значениях результатов измерений, существующих как объекты базы, в пространстве-времени. Каждое пространство состояний — это информационное пространство.

Наконец, третьей составляющей этого квантового описания мира является ещё одна связность. Связность в расслоенном пространстве. Она тоже не независима от связности в базе, а является интегрированным образом всего того многообразия возможностей, которое может реализоваться в базе, в пространстве-времени. И поэтому она не произвольна, а является частью единой конструкции, которая служит для связи пространств состояний, информационных слоёв в разных точках пространства-времени.

Также как и в пространстве-времени в классическом приближении, в квантовом описании мы построили всю совокупность нужных нам для описания мира объектов — ковариантную производную, связывающую векторы состояния в разных точках мира, тензор кривизны и различные порождаемые ими математические объекты, полезные для описания. Мы также переформулировали для условий расслоенного пространства принцип стационарности действия и записали функционал возможного действия в исчерпывающем виде (для поля и частиц вместе) через векторы состояния и связность расслоенного пространства. И после применения этого принципа получили уравнения для векторов состояния реальных частиц и условие, связывающее эти векторы со связностью. По сути дела, всё то, что положено в основу стандартной квантовой теории уже представлено в нашем квантовом описании мира.

Среди фундаментальных вопросов, которые хотелось осветить в этой части книги, остались только принципы классификации свободных реальных частиц и их взаимодействий. Иными словами, принципы классификации возможных для реальных свободных частиц векторов состояния и принципы классификации (подразделение) возможных видов связности в расслоенном пространстве. Эта сторона описания в основе своей не требует развитой техники вычисления вероятностей различных переходов и её мы затрагивать не будем.